FH Merseburg, FB 1
Prof. Dr. O. Lange

Übungsaufgaben Analysis II BAIN 09
zum 5. 5. 10

17.1. Gegeben seien $f : R^2 \to R$ bzw. $f : R^3 \to R$ mit

a) $f(x,y) = x^2 - 6x + (3 - x)(y^3 - 3y)$,
b) $f(x_1,x_2,x_3) = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 - x_1x_2 + x_1 - 2x_3$.

Bestimmen Sie stationäre Punkte und untersuchen Sie dort die Eigenschaften von f (Extremwerte ...) und für a) die Richtungsableitung

$$\frac{\partial f(x,y)}{\partial l}\Big|_{(2,1)} \text{ für } l = \frac{1}{\sqrt{2}}(1,1) .$$

17.2. Bestimmen Sie das Taylorpolynom 1. Grades (d.h. die Tangenzialebene) von $f : R^2 \to R$ mit $f(x,y) = \ln(1 + 2x + y)$ in (0,0) .
Bestimmen Sie zunächst den Definitionsbereich und skizzieren Sie D(f), G(f) sowie die Tangenzialebene.

17.3. Die Landauschen Ordnungssymbole (Verhaltensaussagen) sind wie folgt definiert:

(1) $f(x) = O(g(x))$ für $x \to x_O$, wenn $\exists k>0(|f(x)/g(x)|\leq k$ in $U(x_O))$,
d.h. für $f(x)\to 0$, dass f(x) für $x\to x_O$ von mindestens gleicher Größenordnung verschwindet wie g(x).

(2) $f(x) = o(g(x))$ für $x \to x_O$, wenn $\lim\limits_{x \to x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = 0$ gilt,
d.h. für $f(x)\to 0$, dass f(x) für $x\to x_O$ von höherer Ordnung als g(x) verschwindet.

Dabei ist $x_O \in R \cup \{\infty,-\infty\}$.

(Was bedeuten O u. o für den Fall, dass $f(x)\to\infty$ für $x\to x_O$?)
Sprechweise: (1) O(g(x)) : „Groß O von g(x)“ ,
(2) o(g(x)) : „Klein O von g(x)“ .

Welche der folgenden Aussagen für $x \to 0$ sind wahr ?
a) $1 - \cos x = O(x)$, b) $1 - \cos x = O(x^2)$, c) $1 - \cos x = o(x)$,
d) $1 - \cos x = o(x^2)$, e) $1 - \cos x^2 = O(x^4)$, f) $\sin x = o(x)$.
Bitte nicht nur mit wahr oder falsch antworten.

Der Mensch hat dreierlei Wege klug zu handeln:
Erstens durch Nachdenken, das ist das Edelste,
zweitens durch Nachahmen, das ist das Leichteste
und drittens durch Erfahrung, das ist das Bitterste.
Konfuzius